

CONTROLE DE UM LEVITADOR MAGNÉTICO UTILIZANDO MODELOS FUZZY E DERIVADA DE ESTADOS DA PLANTA

RODRIGO CARDIM*, MARCELO C. M. TEIXEIRA*, EDVALDO ASSUNÇÃO*, FLÁVIO A. FARIA*,
MÁRCIO R. COVACIC*

*UNESP - Universidade Estadual Paulista
Departamento de Engenharia Elétrica, Campus de Ilha Solteira
Avenida Brasil, 56, 15385-000 - Ilha Solteira, SP, Brasil

Emails: rcardim@aluno.feis.unesp.br, marcelo@dee.feis.unesp.br,
edvaldo@dee.feis.unesp.br, flaviof15@yahoo.com.br, marciocovacic@yahoo.com.br

Abstract— A simple method, based on LMIs, for designing a control system using the Takagi-Sugeno fuzzy models in mechanical systems, where the available signals for the control are state-derivative, is proposed. The motivation for this study is that there exist several practical problems where the state-derivative signs are easy to obtain. For instance, in aircrafts and in control of vibration suppression systems, where the accelerometers are considered the main sensors. In this paper, the nonlinear magnetic suspension system is used as an example of application of the proposed method.

Keywords— State-Derivative Feedback, Nonlinear Systems, Takagi-Sugeno Fuzzy Models, Fuzzy Control, Magnetic Suspension.

Resumo— É proposto um método simples, baseado em LMIs, para projetar um sistema de controle utilizando os modelos fuzzy Takagi-Sugeno, em sistemas mecânicos nos quais os sinais disponíveis para o controle são as derivadas dos estados. A motivação para o estudo destes sistemas é que existem vários problemas práticos nos quais os sinais da derivada de estados são fáceis de obter. Por exemplo, em aeronaves e em sistemas para o controle de vibrações, onde os sensores mais usados são os acelerômetros. Neste trabalho é utilizado o sistema não-linear de um levitador magnético como exemplo prático de aplicação do método proposto.

Palavras-chave— Realimentação da Derivada de Estados, Sistemas Não-Lineares, Modelos Fuzzy Takagi-Sugeno, Controle Fuzzy, Levitador Magnético.

1 Introdução

Nos últimos anos, a solução de problemas de estabilidade de sistemas não-lineares utilizando controladores fuzzy tem sido de grande importância. Um dos grandes métodos de controle fuzzy propostos para a solução destes problemas utiliza os modelos fuzzy Takagi-Sugeno (TS) (Takagi and Sugeno, 1985). A idéia dos modelos fuzzy Takagi-Sugeno consiste da descrição aproximada de um sistema não-linear como a combinação de um certo número de modelos locais lineares invariantes no tempo, que descrevem aproximadamente o comportamento deste sistema em diferentes pontos do seu espaço de estados. Desta forma, pode-se interpretar a técnica tradicional de linearização em apenas um ponto de operação como um caso particular dos modelos fuzzy TS, consistindo apenas de um modelo local (Teixeira and Zak, 1999). Com relação à análise de estabilidade e o projeto de controle, utiliza-se uma representação do problema através da solução de LMIs (Linear Matrix Inequalities), que numericamente podem ser resolvidas muito eficientemente por meio de algumas ferramentas poderosas disponíveis na literatura de programação matemática (Boyd et al., 1994). Desta forma, a solução encontrada para tais problemas descritos por LMIs é uma solução do problema original. O projeto do regulador fuzzy é construído através da Compensação Dis-

tribuída Paralela (CDP) (Tanaka and Sugeno, 1992), (Wang et al., 1996). Este método faz a combinação fuzzy das matrizes de ganho de retroação, obtendo-se um regulador fuzzy que estabiliza o sistema em todos os pontos de operação (Teixeira et al., 2003).

Assim como os modelos fuzzy TS, nos últimos anos, a realimentação proporcional e derivativa de estados tem sido utilizada no projeto de controladores para vários problemas, tais como: estabilização com robustez de sistemas lineares descritores (Duan et al., 1999), controle realimentado de sistemas singulares (Jin, 1994), controle não-linear realimentado com linearização exata (Boukas and Habetler, 2004), e controle H_∞ de sistemas contínuos com atraso de estados (Fridman and Shaked, 2002).

A idéia deste trabalho, é utilizar as técnicas de controle fuzzy TS em sistemas mecânicos nos quais os sinais disponíveis para o controle são as derivadas dos estados. Existem vários problemas práticos onde os sinais da derivada de estados são fáceis de obter. Por exemplo, em sistemas mecânicos para controle de vibrações (Abdelaziz and Valášek, 2004) (Teixeira et al., 2006), onde os sensores mais usados são os acelerômetros. A partir da velocidade, é possível obter a aceleração com boa precisão, porém é mais complexo obter o deslocamento. Definindo como variáveis de estados o deslocamento e a velocidade, podem-se usar

os sinais de aceleração e velocidade para realimentar esses sistemas, e estes sinais são justamente a derivada dos estados.

Neste trabalho é utilizado o modelo matemático não-linear de um levitador magnético como exemplo prático de aplicação do método proposto. É importante ressaltar que, pelo conhecimento dos autores, a literatura não registra artigos aplicando realimentação derivativa no controle de plantas descritas por modelos fuzzy TS.

2 Definição do Problema

Considere o modelo fuzzy TS descrito a seguir (Takagi and Sugeno, 1985):

$$\dot{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^r \alpha_i(\mathbf{x})(\mathbf{A}_i \mathbf{x} + \mathbf{B}_i u), \quad (1)$$

$$u = - \sum_{i=1}^r \alpha_i(\mathbf{x}) \mathbf{F}_i \mathbf{x}, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^r \alpha_i(\mathbf{x}) = 1, \quad \alpha_i(\mathbf{x}) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (3)$$

sendo r o número de modelos locais (A_i , B_i , $i = 1, 2, \dots, r$), $\alpha_i(\mathbf{x})$ as funções de pertinência do sistema fuzzy, F_i os ganhos de retroação do vetor de estado obtidos por meio de LMIs (Gahinet et al., 1995) e u o sinal de controle, obtido através da CDP.

Suponha que apenas a derivada do vetor de estado ($\dot{\mathbf{x}}$) estejam disponíveis no sistema. Neste caso, verifica-se através de (1) e (2) a necessidade de se obter as variáveis de estado para o projeto das funções de pertinências e dos ganhos F_i para o controlador fuzzy. A seguir é apresentado através de um exemplo, uma possível forma de resolver este problema.

3 Exemplo Numérico

Atualmente os sistemas de suspensão magnética estão sendo muito utilizados, principalmente em aplicações onde a redução da força de atrito e contato mecânico são essenciais. Geralmente são encontrados em trens de alta velocidade, giroscópios e acelerômetros (Marquez, 2003). Em (Komori and Yamane, 2001) e (Assunção and Teixeira, 2002) é apresentado o modelo e o sistema de controle de um micromotor para um coração artificial (em desenvolvimento) que também utiliza um sistema de suspensão magnética para sustentar o rotor do micromotor. A seguir será apresentado um modelo matemático de um levitador magnético para a aplicação do sistema de controle fuzzy proposto. A Figura 1 mostra a configuração básica de um levitador magnético.

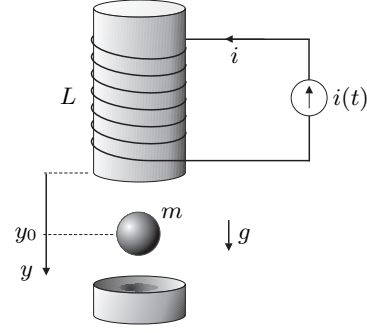


Figura 1: Levitador Magnético.

De acordo com a segunda lei de Newton tem-se a partir da Figura 1 (Marquez, 2003):

$$m\ddot{y} = -f_k + mg + F, \quad (4)$$

sendo:

- m : massa da bola;
- f_k : força de atrito viscoso;
- g : aceleração da gravidade;
- F : força eletromagnética;
- L : indutância do eletroímã.

Para completar o modelo é necessário encontrar as propriedades da força magnética F . A energia eletromagnética armazenada é dada por:

$$E(i) = \frac{1}{2} Li^2. \quad (5)$$

Este parâmetro não é constante, pois depende da posição da bola. De acordo com (Marquez, 2003) pode-se aproximar L como:

$$L = L(y) = \frac{\lambda}{1 + \mu y}, \quad (6)$$

sendo que μ e λ são constantes positivas.

A equação (6) considera o fato que a posição da bola altera o fluxo magnético no circuito, resultando numa alteração da indutância L . A energia no circuito é então dada por:

$$E(i, y) = \frac{1}{2} L(y) i^2 = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{(1 + \mu y)} i^2. \quad (7)$$

Logo, a força magnética F pode ser escrita como:

$$F(i, y) = \frac{\partial E(i, y)}{\partial y} = \frac{i^2}{2} \frac{\partial L(y)}{\partial y}, \quad (8)$$

$$F(i, y) = \frac{-1}{2} \frac{\lambda \mu i^2}{(1 + \mu y)^2}. \quad (9)$$

Assumindo que a força de atrito viscoso f_k é da forma

$$f_k = k\dot{y}, \quad (10)$$

sendo $k > 0$ o coeficiente de atrito viscoso entre a bola e o ar, tem-se, substituindo (9) e (10) em (4), a equação de movimento da bola:

$$m\ddot{y} = -k\dot{y} + mg - \frac{1}{2} \frac{\lambda \mu i^2}{(1 + \mu y)^2}. \quad (11)$$

Definindo como variáveis de estado, $\bar{x}_1 = y$ e $\bar{x}_2 = \dot{y}$ tem-se:

$$\dot{\bar{x}}_1 = \bar{x}_2, \quad (12)$$

$$\dot{\bar{x}}_2 = g - \frac{k}{m}\bar{x}_2 - \frac{\lambda\mu i^2}{2m(1 + \mu\bar{x}_1)^2}. \quad (13)$$

O objetivo do projeto é manter a bola numa posição arbitrária $y = y_0$. Para isso, de (11):

$$m\ddot{y}_0 = -k\dot{y}_0 + mg - \frac{1}{2} \frac{\lambda\mu i_0^2}{(1 + \mu y_0)^2}, \quad (14)$$

$$i_0^2 = \frac{2mg}{\lambda\mu}(1 + \mu y_0)^2. \quad (15)$$

Pode-se verificar que o ponto de equilíbrio é instável e, além disso, o mesmo não se encontra na origem (condição necessária no projeto de controladores usando funções de Lyapunov), pois $\bar{x}_e = (\bar{x}_{1e}, \bar{x}_{2e})^T = (y_0, 0)^T$. Para contornar o problema, pode-se proceder da seguinte forma. Sejam:

$$x_1 = \bar{x}_1 - y_0 \Rightarrow \dot{x}_1 = \dot{\bar{x}}_1, \quad (16)$$

$$x_2 = \bar{x}_2 \Rightarrow \dot{x}_2 = \dot{\bar{x}}_2, \quad (17)$$

$$u = i^2 - i_0^2 \Rightarrow i^2 = u + \frac{2mg}{\lambda\mu}(1 + \mu y_0)^2. \quad (18)$$

Substituindo em (12) e (13) obtém-se:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (19)$$

$$\dot{x}_2 = g - \frac{k}{m}x_2 - \frac{g(1 + \mu y_0)^2}{(1 + \mu(x_1 + y_0))^2} - \frac{\lambda\mu/(2m)}{(1 + \mu(x_1 + y_0))^2}u. \quad (20)$$

(20) também pode ser escrita como:

$$\dot{x}_2 = \frac{g\mu(\mu x_1 + 2\mu y_0 + 2)}{(1 + \mu(x_1 + y_0))^2}x_1 - \frac{k}{m}x_2 - \frac{\lambda\mu/(2m)}{(1 + \mu(x_1 + y_0))^2}u. \quad (21)$$

Logo,

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g\mu(\mu x_1 + 2\mu y_0 + 2)}{(1 + \mu(x_1 + y_0))^2} & \frac{-k}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-\lambda\mu/(2m)}{(1 + \mu(x_1 + y_0))^2} \end{bmatrix} u, \quad (22)$$

é uma representação no espaço de estados do levitador magnético ilustrado na Figura 1.

Para a simulação deste sistema (não-linear), será utilizada a modelagem fuzzy TS exata, apresentada em (Taniguchi et al., 2001). Neste caso, como existem duas não-linearidades no sistema, serão necessários quatro modelos locais (2^s, sendo s o número de não-linearidades). A Tabela 1 mostra os valores dos parâmetros que serão considerados para o sistema.

Tabela 1: Parâmetros do sistema.

m	$50 \times 10^{-3} \text{Kg}$
g	9.8m/s^2
k	$1 \times 10^{-3} \text{Ns/m}$
λ	$460 \times 10^{-3} \text{H}$
μ	2m^{-1}
y_0	0.04m
$0 < \bar{x}_1 \leq 0.15 \text{m}$	

Sejam:

$$\tilde{f}_{21}(\mathbf{x}) = \frac{g\mu(\mu x_1 + 2\mu y_0 + 2)}{(1 + \mu(x_1 + y_0))^2}, \quad (23)$$

$$g_{21}(\mathbf{x}) = \frac{-\lambda\mu/(2m)}{(1 + \mu(x_1 + y_0))^2}. \quad (24)$$

De acordo com (Taniguchi et al., 2001) pode-se encontrar os modelos locais para a modelagem exata da seguinte forma:

$$a_{211} = \max_{\mathbf{x}(t)} \{\tilde{f}_{21}(\mathbf{x})\} = 40.7680, \quad (25)$$

$$a_{212} = \min_{\mathbf{x}(t)} \{\tilde{f}_{21}(\mathbf{x})\} = 27.6024, \quad (26)$$

$$b_{211} = \max_{\mathbf{x}(t)} \{g_{21}(\mathbf{x})\} = -5.4438, \quad (27)$$

$$b_{212} = \min_{\mathbf{x}(t)} \{g_{21}(\mathbf{x})\} = -9.2000. \quad (28)$$

$$\tilde{f}_{21}(\mathbf{x}) = \sigma_{211}(\mathbf{x})a_{211} + \sigma_{212}(\mathbf{x})a_{212}, \quad (29)$$

$$\sigma_{211}(\mathbf{x}) + \sigma_{212}(\mathbf{x}) = 1,$$

$$g_{21}(\mathbf{x}) = \xi_{211}(\mathbf{x})b_{211} + \xi_{212}(\mathbf{x})b_{212}, \quad (30)$$

$$\xi_{211}(\mathbf{x}) + \xi_{212}(\mathbf{x}) = 1,$$

logo, de (29) e (30)

$$\sigma_{211}(\mathbf{x}) = (\tilde{f}_{21}(\mathbf{x}) - a_{212})/(a_{211} - a_{212}), \quad (31)$$

$$\sigma_{212}(\mathbf{x}) = (a_{211} - \tilde{f}_{21}(\mathbf{x}))/(a_{211} - a_{212}), \quad (32)$$

$$\xi_{211}(\mathbf{x}) = (g_{21}(\mathbf{x}) - b_{212})/(b_{211} - b_{212}), \quad (33)$$

$$\xi_{212}(\mathbf{x}) = (b_{211} - g_{21}(\mathbf{x}))/(b_{211} - b_{212}). \quad (34)$$

Sejam:

$$\alpha_1(\mathbf{x}) = \xi_{211}(\mathbf{x})\sigma_{211}(\mathbf{x}),$$

$$\alpha_2(\mathbf{x}) = \xi_{211}(\mathbf{x})\sigma_{212}(\mathbf{x}),$$

$$\alpha_3(\mathbf{x}) = \xi_{212}(\mathbf{x})\sigma_{211}(\mathbf{x}),$$

$$\alpha_4(\mathbf{x}) = \xi_{212}(\mathbf{x})\sigma_{212}(\mathbf{x}),$$

as funções de pertinências para este sistema. Nota-se que, para $i = 1, 2, 3, 4$:

$$\alpha_i(\mathbf{x}) \geq 0 \text{ e } \sum_{i=1}^4 \alpha_i(\mathbf{x}) = 1. \quad (35)$$

Os modelos locais para o sistema são:

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{211} & -0.0200 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{212} & -0.0200 \end{bmatrix}, \quad (37)$$

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ b_{211} \end{bmatrix}, \quad (38)$$

$$\mathbf{B}_3 = \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ b_{212} \end{bmatrix}. \quad (39)$$

A representação fuzzy TS do sistema (22) é então dada por (1)-(3), com $r = 4$.

Analisando as equações (23)-(30) verifica-se que as funções de pertinência dependem apenas da variável de estado x_1 , pois as funções não-lineares dependem apenas de x_1 . Uma representação em diagrama de blocos do sistema de controle, com o modelo fuzzy TS, é ilustrado na Figura 2.

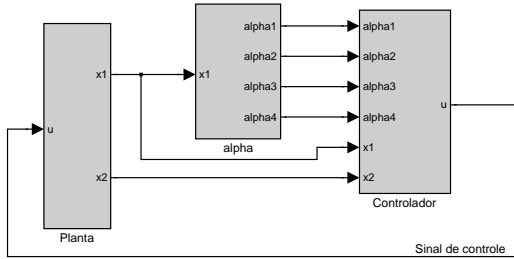


Figura 2: Sistema de controle utilizando o modelo fuzzy TS.

Suponha que existam apenas sensores acelerométricos neste sistema, ou seja, tem-se acesso apenas aos valores dos parâmetros \dot{x}_1 e \dot{x}_2 . Neste caso, analisando a equações (23) e (24), observa-se que a variável de estado x_1 , necessária para o cálculo das funções de pertinências ($\alpha_i(\mathbf{x})$) e o controle do sistema, via realimentação de estados, não estará disponível. Uma forma de resolver este problema é proposta neste trabalho, utilizando o método de inversão apresentado a seguir.

No sistema da Figura 1 tem-se que $y = \bar{x}_1 \geq 0$. Portanto, de (16) verifica-se que $x_1 + y_0 \geq 0$. Defina,

$$W = (1 + \mu(x_1 + y_0)), \quad W > 0. \quad (40)$$

Logo, das equações (19) e (20) tem-se:

$$\dot{x}_2 = g - \frac{k}{m}\dot{x}_1 - \frac{g(1 + \mu y_0)^2}{W^2} - \frac{\lambda\mu/(2m)}{W^2}u, \quad (41)$$

ou ainda,

$$W^2 = \frac{g(1 + \mu y_0)^2 + \frac{\lambda\mu}{2m}u}{(g - \frac{k}{m}\dot{x}_1 - \dot{x}_2)}, \quad W > 0, \quad (42)$$

$$W = +\sqrt{\frac{g(1 + \mu y_0)^2 + \frac{\lambda\mu}{2m}u}{(g - \frac{k}{m}\dot{x}_1 - \dot{x}_2)}}. \quad (43)$$

Portanto, de (40),

$$x_1 = \frac{W - 1}{\mu} - y_0. \quad (44)$$

Um problema prático deste tipo poderia ser aplicado, por exemplo, em uma locomotiva com suspensão magnética inteligente (supondo m disponível), na qual ficariam os acelerômetros para a medição dos parâmetros necessários no controle. A Figura 3 ilustra o sistema utilizando o método proposto.

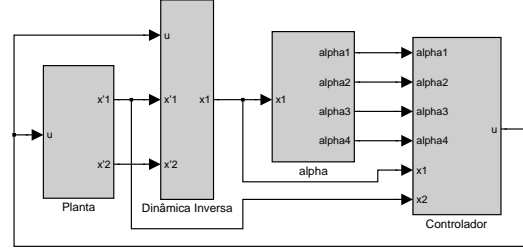


Figura 3: Sistema de controle com o método de estimação de estados.

A seguir são apresentadas algumas simulações, feitas no software SIMULINK para comprovar a validade deste método.

3.1 Simulações

Para a simulação do sistema, foram considerados os parâmetros contidos na Tabela 1, e no projeto dos reguladores fuzzy, considerou-se as condições descritas no Lema 1, que garante a estabilidade do sistema utilizando funções de Lyapunov.

Lema 1 (Tanaka et al., 1998) O ponto de equilíbrio $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ do sistema fuzzy contínuo descrito em (1)-(3) é globalmente assintoticamente estável se existir uma matriz \mathbf{X} simétrica positiva definida ($\mathbf{X} > 0$, $\mathbf{X} = \mathbf{X}^T$) tal que as LMIs (45) e (46) sejam factíveis:

$$\mathbf{X}\mathbf{A}_i^T - \mathbf{M}_i^T\mathbf{B}_i^T + \mathbf{A}_i\mathbf{X} - \mathbf{B}_i\mathbf{M}_i < 0, \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}\mathbf{A}_i^T - \mathbf{M}_j^T\mathbf{B}_j^T + \mathbf{X}\mathbf{A}_j^T - \mathbf{M}_i^T\mathbf{B}_j^T + \\ \mathbf{A}_i\mathbf{X} - \mathbf{B}_i\mathbf{M}_j + \mathbf{A}_j\mathbf{X} - \mathbf{B}_j\mathbf{M}_i \leq 0, \quad (46) \\ i, j = 1, 2, \dots, r, \quad i < j, \end{aligned}$$

sendo os ganhos do controlador dados por $\mathbf{F}_i = \mathbf{M}_i\mathbf{X}^{-1}$, $i = 1, 2, \dots, r$. Além disso, considerando que a condição inicial $\mathbf{x}(0)$ é conhecida, a restrição $|u(t)| \leq \beta$ é imposta para todo tempo $t \geq 0$ se as LMIs (45), (46) e

$$\begin{bmatrix} 1 & \mathbf{x}(0)^T \\ \mathbf{x}(0) & \mathbf{X} \end{bmatrix} \geq 0 \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{M}_i^T \\ \mathbf{M}_i & \beta^2\mathbf{I} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (47)$$

forem factíveis.

Os ganhos do controlador, considerando as condições de estabilidade do Lema 1, com $\beta = 25$, $x_1(0) = \bar{x}_1(0) - y_0 = 0.12 - 0.04 = 0.08\text{m}$ e $x_2(0) = \bar{x}_2(0) = 0$ foram:

$$\mathbf{F}_1 = [-8.2878 \quad -1.3703], \quad (48)$$

$$\mathbf{F}_2 = [-7.6745 \quad -1.3193], \quad (49)$$

$$\mathbf{F}_3 = [-7.0624 \quad -1.0479], \quad (50)$$

$$\mathbf{F}_4 = [-7.0130 \quad -1.1492]. \quad (51)$$

A Figura 4 mostra os resultados obtidos para o deslocamento (y) da bola, com o método convencional (Figura 2) e com o método proposto (Figura 3). A Figura 5 mostra o sinal de controle para as mesmas condições. Observe que as respostas são as mesmas para os dois casos.

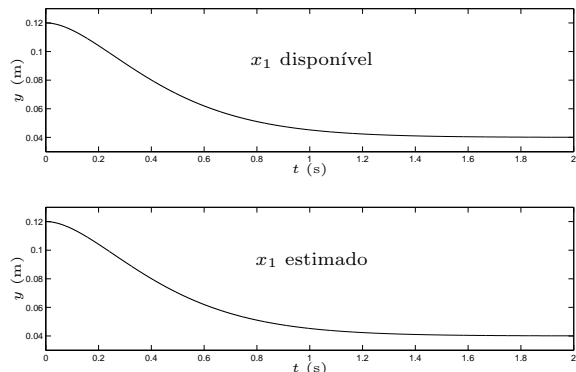


Figura 4: Respostas do sistema considerando a condição inicial ($\bar{x}_{1_0} = 0.12\text{m}$, $\bar{x}_{2_0} = 0$) com x_1 disponível (Figura 2) e x_1 estimado (Figura 3).

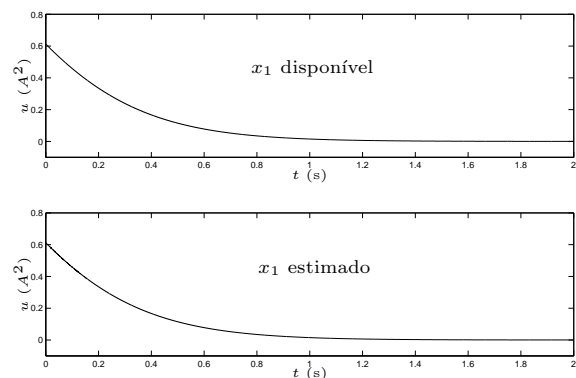


Figura 5: Sinal de controle ($u(t)$), considerando a condição inicial ($\bar{x}_{1_0} = 0.12\text{m}$, $\bar{x}_{2_0} = 0$) com x_1 disponível (Figura 2) e x_1 estimado (Figura 3).

Observação 1 De (41)-(44) pode-se observar a inversão do processo para estimar a variável x_1 . Este procedimento causa no sistema de controle um looping algébrico, pois a variável x_1 depende do sinal de controle u , e este depende (ao mesmo tempo) de x_1 . Embora não ocorram problemas devido ao looping algébrico, uma forma de eliminar o mesmo é adicionar um integrador no sistema, modificando-se o sinal de controle u para $u_{novo} = \dot{u}$, como ilustrado na Figura 6. Neste caso, haverá uma variável de estado adicional, $x_3 = u$, sendo o novo modelo em espaço de estados dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \tilde{f}_{21} & \frac{-k}{m} & g_{21} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_{novo}. \quad (52)$$

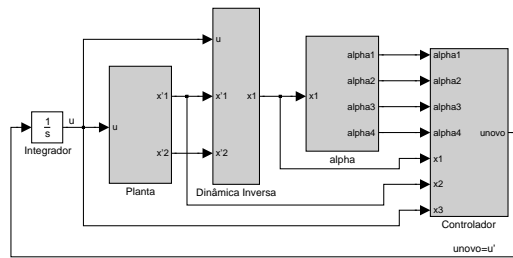


Figura 6: Sistema de controle com o método de estimação de estados, eliminando o looping algébrico.

Considerando as mesmas condições de estabilidade do modelo anterior (Lema 1), com $\beta = 25$, $\bar{x}_{1_0} = 0.075\text{m}$, $\bar{x}_{2_0} = 0$ e $x_{3_0} = 0$, encontrou-se os seguintes ganhos para o controlador:

$$\mathbf{F}_1 = [-125.2945 \quad -20.3299 \quad 15.9613], \quad (53)$$

$$\mathbf{F}_2 = [-111.6077 \quad -19.4817 \quad 15.2303], \quad (54)$$

$$\mathbf{F}_3 = [-103.4396 \quad -16.8688 \quad 15.8650], \quad (55)$$

$$\mathbf{F}_4 = [-88.6573 \quad -15.6209 \quad 14.9819]. \quad (56)$$

A Figura 7 mostra os resultados obtidos para o deslocamento (y) da bola com o método sugerido para eliminar o looping algébrico (Figura 6).

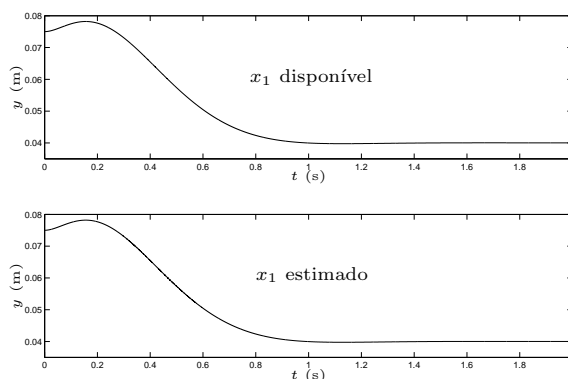


Figura 7: Respostas do sistema, eliminando o looping algébrico e considerando a condição inicial ($\bar{x}_{1_0} = 0.075\text{m}$, $\bar{x}_{2_0} = 0$ e $x_{3_0} = 0$) com x_1 disponível e x_1 estimado (Figura 6).

4 Conclusões

Foi proposto um novo método para o projeto de controle de sistemas mecânicos não-lineares considerando o acesso somente às derivadas dos estados da planta. O procedimento de projeto é baseado em LMIs e foi apresentado utilizando o modelo de um levitador magnético como exemplo. Neste sistema, foi possível calcular analiticamente uma variável de estado (x_1) através do método de inversão (Figura 3) e utilizar um controlador fuzzy Takagi-Sugeno. Nas simulações do sistema, foram obtidos os mesmos resultados, comparando-se com o método convencional, no qual o vetor de estado é disponível. No processo de inversão para

o cálculo da variável de estado, ocorre um looping algébrico, pois a variável x_1 depende do sinal de controle u , e este depende (ao mesmo tempo) de x_1 . Embora não ocorram problemas devido ao looping algébrico, uma forma de eliminar o mesmo foi proposta, adicionando-se apenas um integrador no sistema (Figura 6). Os métodos de projeto apresentados são rigorosos e a estabilidade é assegurada através de funções de Lyapunov.

Este trabalho está motivando o estudo de novas idéias, utilizando os modelos fuzzy TS, como por exemplo, em outras configurações de controle de sistemas mecânicos, sendo que os resultados iniciais são promissores.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro recebido da FAPESP e do CNPq.

Referências

- Abdelaziz, T. H. S. and Valášek, M. (2004). Pole-placement for SISO Linear Systems by State-derivative Feedback, *IEE Proceedings-Control Theory and Applications* **151**(4): 377–385.
- Assunção, E. and Teixeira, M. C. M. (2002). Comments on “Magnetically Levitated Micro PM Motors by Two Types of Active Magnetic Bearings”, *IEEE Transactions on Mechatronics* **7**(1): 99–100.
- Boukas, T. K. and Habetler, T. G. (2004). High-Performance Induction Motor Speed Control Using Exact Feedback Linearization With State and State Derivative Feedback, *IEEE Transactions on Power Electronics* **19**(4): 1022–1028.
- Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E. and Balakrishnan, V. (1994). *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*, SIAM Studies in Applied Mathematics, USA.
- Duan, G. R., Irwin, G. W. and Liu, G. P. (1999). Robust Stabilization of Descriptor Linear Systems Via Proportional-Plus-Derivative State Feedback, *Proceedings of the 1999 American Control Conference* pp. 1304–1308.
- Fridman, E. and Shaked, U. (2002). \mathcal{H}_∞ -Control of Linear State-Delay Descriptor Systems: an LMI Approach, *Linear Algebra and Its Applications* **351**: 271–302.
- Gahinet, P., Nemirovski, A., Laub, A. J. and Chilali, M. (1995). *LMI Control Toolbox - For use with Matlab*, The Math Works Inc.
- Jin, H. Y. (1994). Eigenstructure Assignment by Proportional-Derivative State Feedback in Singular Systems, *System and Control Letters* **22**(1): 47–52.
- Komori, M. and Yamane, T. (2001). Magnetically Levitated Micro PM Motors by Two Types of Active Magnetic Bearings, *IEEE Transactions on Mechatronics* **6**(1): 43–49.
- Marquez, H. J. (2003). *Nonlinear Control Systems - Analysis and Design*, John Wiley, University of Alberta, Canada.
- Takagi, T. and Sugeno, M. (1985). Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* **15**(1): 116–132.
- Tanaka, K., Ikeda, T. and Wang, H. O. (1998). Fuzzy Regulators and Fuzzy Observers: Relaxed Stability Conditions and LMI-Based Designs, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **6**(2): 250–265.
- Tanaka, K. and Sugeno, M. (1992). Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems, *Fuzzy Sets and Systems* **45**(2): 135–156.
- Taniguchi, T., Tanaka, K., Ohtake, H. and Wang, H. O. (2001). Model Construction, Rule Reduction, and Robust Compensation for Generalized Form of Takagi-Sugeno Fuzzy Systems, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **9**(4): 525–537.
- Teixeira, M. C. M., Assunção, E., Cardim, R. and Covacic, M. R. (2006). Realimentação da derivada de estados a partir do projeto com realimentação de estados, *Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, Salvador - Bahia, Brasil, pp. 726–731.
- Teixeira, M. C. M., Assunção, E. and Avelar, R. (2003). On Relaxed LMI-based Designs for Fuzzy Regulators and Fuzzy Observers, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **11**(5): 613–623.
- Teixeira, M. C. M. and Žak, S. H. (1999). Stabilizing Controller Design for Uncertain Nonlinear Systems Using Fuzzy Models, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **7**(2): 133–142.
- Wang, H. O., Tanaka, K. and Griffin, M. F. (1996). An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **4**(1): 14–23.